

**Всеукраїнська он-лайн олімпіада
найкращих юних математиків України**

LX Всеукраїнська олімпіада юних математиків

*"Для людини немає нічого неможливого,
якщо йому не треба робити це самому."
Закон Вейлера:*

Другий день

10 клас

10–5. Зростаюча геометрична прогресія з 5 натуральних чисел задовольняє таку умову: квадрат суми другого та четвертого членів у 100 разів більший за суму першого, п'ятого та подвоєного третього члена цієї прогресії. Яке найбільше трицифрове число може бути членом цієї прогресії?

10–6. Дано рівнобедрений трикутник ABC з основою AC , P – довільна точка на цій основі, T – проекція P на BC . У якому відношенні симедіана $\triangle PBC$, що проведена з вершини C , ділить відрізок AT ? Симедіаною $\triangle PBC$ називається такий відрізок CS , $S \in BP$, що промінь CS є симетричним променю медіани CF відносно променя бісектриси CL .

10–7. Шахівницю розбили на фігурки доміно, тобто на прямокутники 1×2 та 2×1 . На кожній такий фігурці записали число, що дорівнює кількості фігурок доміно, які мають з нею спільний відрізок, без урахування самої фігурки. Яке найменше значення може приймати сума усіх чисел, що записані на шахівниці?

10–8. Нехай a та b – різні натуральні числа такі, що $a^2 + b^2 + 1 \vdots 2ab + 1$. Доведіть, що $2ab + 1$ – точний квадрат цілого числа.

Миколаїв Київ, 18-березня 21 липня 2020 р.

На виконання завдання відводиться 4 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів

**Всеукраїнська он-лайн олімпіада
найкращих юних математиків України**

LX Всеукраїнська олімпіада юних математиків

*"Для людини немає нічого неможливого,
якщо йому не треба робити це самому."
Закон Вейлера:*

Другий день

10 клас

10–5. Зростаюча геометрична прогресія з 5 натуральних чисел задовольняє таку умову: квадрат суми другого та четвертого членів у 100 разів більший за суму першого, п'ятого та подвоєного третього члена цієї прогресії. Яке найбільше трицифрове число може бути членом цієї прогресії?

10–6. Дано рівнобедрений трикутник ABC з основою AC , P – довільна точка на цій основі, T – проекція P на BC . У якому відношенні симедіана $\triangle PBC$, що проведена з вершини C , ділить відрізок AT ? Симедіаною $\triangle PBC$ називається такий відрізок CS , $S \in BP$, що промінь CS є симетричним променю медіани CF відносно променя бісектриси CL .

10–7. Шахівницю розбили на фігурки доміно, тобто на прямокутники 1×2 та 2×1 . На кожній такий фігурці записали число, що дорівнює кількості фігурок доміно, які мають з нею спільний відрізок, без урахування самої фігурки. Яке найменше значення може приймати сума усіх чисел, що записані на шахівниці?

10–8. Нехай a та b – різні натуральні числа такі, що $a^2 + b^2 + 1 \vdots 2ab + 1$. Доведіть, що $2ab + 1$ – точний квадрат цілого числа.

Миколаїв Київ, 18-березня 21 липня 2020 р.

На виконання завдання відводиться 4 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів